核辐射物理及探测学习题

司书屹 2022011090

第七章

1. (1)不考虑本底噪声，根据前两次测量的计数值，估计计数率

$$n \approx 1400/min$$

   已知要求为

$$v_n < 1\%$$

   由(7.53)式，在上述相对标准偏差的前提下，所必需的最短测量时间为

$$t \geq \frac{1}{n \cdot v_n^2} = 7.14min$$

   因此选择5分钟测量时间不满足测量精度要求。如果时间以5分钟为单位，则选择10分钟比较合适
   (2)不对。因为这样做扩大的不是时间，而是原本固定的计数率，对应的相对标准偏差不满足1%的要求
   (3)对。因为对于长半衰期的放射性样品，在本题考虑的时间间隔内满足泊松分布，两个数据加和的结果等价于单次测量10分钟
2. 放射性测量满足泊松分布，且本题测量的衰变数较大，可以用高斯分布的概率分布特点来考虑

$$m = 10000 \Rightarrow \sigma = \sqrt{m} = 100 \Rightarrow \begin{cases} P(9900, 10100) = P(m-\sigma, m+\sigma) = 68.3\% \\ P(9800, 10200) = P(m-2\sigma, m+2\sigma) = 95.4\% \\ P(9800, +\infty) = \dfrac{1 + P(m-2\sigma, m+2\sigma)}{2} = 97.7\% \end{cases}$$

3. (1)放射源放出粒子计数满足泊松分布，则

$$\bar{n} = 400 \Rightarrow \sigma = \sqrt{\bar{n}} = 20 \Rightarrow P(n = 400 = \bar{n}) = \frac{\bar{n}^n}{n!}e^{-\bar{n}} = 1.994\%$$

   (2)利用泊松分布的概率公式

$$P(N) = \frac{m^N}{N!}e^{-m}$$

通过递归累加得到，粒子数在99%的概率下落在$[354, 446]$

4. 每2分钟同时测量样品和本底的平均总计数为$\bar{N}_s$,每5分钟仅测量本底的平均总计数为$\bar{N}_b$:

$$\begin{cases} \bar{N}_s = 1201.8 \\ \bar{N}_b = 483.75 \end{cases}$$

放射源的平均净计数率

$$n_0 = \frac{N_s}{t_s} - \frac{N_b}{t_b} = 504.15/min$$

标准偏差

$$\sigma_{n_0} = \sqrt{\frac{N_s}{5t_s^2} + \frac{N_b}{4t_b^2}} = 8.058/min$$

5. (1)根据(7.53)式

$$t \geq \frac{1}{n \cdot v^2} \Rightarrow \begin{cases} t(< 1\%) = 200s \\ t(< 4\%) = 12.5s \\ t(< 10\%) = 2s \end{cases}$$

(2)测量总时间为$200s$，源和本底计数率分别为$50/s, 1/s$，在误差最小的条件下，源和本底的测量时间满足

$$\frac{t_s}{t_b} = \sqrt{\frac{n_s}{n_b}} = \sqrt{50} \Rightarrow \begin{cases} t_s = 175.22s \\ t_b = 24.78s \end{cases}$$

源的计数率为$49/s$，误差(即相对标准偏差)为

$$\sigma_{n_0} = \frac{1}{\sqrt{200}(\sqrt{50} - 1)} = 1.165\%$$

6. (1)满足泊松分布。因为放射源在一定时间内发射的粒子数遵守泊松分布，而本题中源是各向同性的，单个读出单元的计数分布只需增添一个几何因子倍数即可，不影响分布情况
(2)根据相邻脉冲间隔时间的概率分布函数

$$f(t) = me^{-mt}$$

已知单个信号读出单元1秒内平均有1个粒子击中，因此当t的单位取s时，m取1，概率分布函数变为

$$f(t) = e^{-t}$$

本题所求的概率为

$$P=\int_0^1 f(t_1)(1-\int_{1-t_1}^{\infty} f(t_2)dt_2)dt_1=1-\frac{2}{e}$$

(3)满足指数分布

$$f(t)=me^{-mt}$$

(4)放射源发射粒子的分布满足泊松分布，t时间内出现脉冲数为n的概率为

$$P_t(n)=\frac{(mt)^n}{n!}e^{-mt}$$

为了保证单个读出单元上有粒子击中的概率达到99%，有

$$1-e^{-t}\geq 99\% \Rightarrow t\geq 4.605s$$

7. (1)两次测量10分钟得到的净计数率比值为

$$\eta=\frac{870-100}{1200-100}=0.7$$

由指数衰减规律，有

$$e^{-\frac{20h\cdot ln2}{T_{1/2}}}=0.7\Rightarrow T_{1/2}=38.867h$$

(2)不考虑本底计数率的偏差，则前后两次测量得到的净计数的标准偏差分别为

$$\begin{cases}\sigma_{N_{01}}=\sqrt{1200}=36.06\\ \sigma_{N_{02}}=\sqrt{870}=31.14\end{cases}$$

半衰期与前后两次的净计数率的函数关系为

$$T_{1/2}=\frac{20\ln 2}{ln\frac{N_{01}}{N_{02}}}$$

由此得到标准偏差的传递关系

$$\sigma_{T_{1/2}}=\frac{20\ln 2}{(\ln\frac{N_{01}}{N_{02}})^2}\sqrt{(\frac{\sigma_{N_{01}}}{N_{01}})^2+(\frac{\sigma_{N_{02}}}{N_{02}})^2}=5.404h$$

8. (1)净计数率为

$$n_0=\frac{3150-386}{100}=27.64/s$$

相对标准偏差

$$v_{n_0}=\frac{1}{31.5-3.86}\sqrt{\frac{31.5}{100}+\frac{3.86}{100}}=0.0215/s$$

(2)

$$\frac{t_s}{t_b}=\sqrt{\frac{n_s}{n_b}}=2.857\Rightarrow\begin{cases}t_s=1.481h\\t_b=0.519h\end{cases}$$

样品净计数率不变，相对标准偏差为

$$v_{n_0}=\frac{1}{\sqrt{2*3600}*(\sqrt{n_s}-\sqrt{n_b})}=0.00323/s$$

(3)

$$\frac{t_s}{t_b}=\sqrt{\frac{n_s'}{0.5*n_b}}=5.444\Rightarrow\begin{cases}t_s=1.690h\\t_b=0.310h\end{cases}$$

样品净计数率为

$$n_0'=(31.5-3.86)\times2=55.28/s$$

相对标准偏差为

$$v_{n_0'}=0.00191/s$$