

核辐射物理及探测学习题

司书屹 2022011090

第三章

1. (1)在本题的衰变反应中， ^{226}Ra 可以以93.84%的绝对强度通过 α 衰变一步衰变到 ^{222}Rn 的某个能态(暂且认为是基态，需要数据验证)；以6.16%的绝对强度通过 α 衰变一步衰变到 ^{222}Rn 的某个激发态。由于 α 衰变涉及核素的速度较小，在不考虑相对论效应的情况下，根据能动量守恒，子核的反冲动能 T_Y 满足如下近似公式

$$T_Y = \frac{4}{A-4}T_\alpha$$

α 动能为4.787 MeV和4.601 MeV对应的 ^{222}Rn 的反冲动能分别为 T_1, T_2^* :

$$\begin{cases} T_1 = \frac{4}{222} \cdot 4.784 \text{ MeV} = 86.198 \text{ keV} \\ T_2^* = \frac{4}{222} \cdot 4.601 \text{ MeV} = 82.901 \text{ keV} \end{cases}$$

下面证明退激导致的反冲动能可以忽略

对于反冲动能为 T_2^* 的激发态子核，有3.64%的绝对强度(或 $\frac{3.64}{6.16} \times 100\%$ 的分支比)通过 γ 跃迁到达基态；以及6.16% - 3.64% = 2.52%的绝对强度通过内转换电子的方式退激到基态。已知 γ 跃迁发射的光子能量为186 keV，近似认为这就是 γ 跃迁的衰变能，则在质心系中子核获得的反冲动能为

$$T_3 = \frac{E_0^2}{2m_{222}c^2} \approx \frac{(0.186 \text{ MeV})^2}{2 \times 222 \times 931.5 \text{ MeV}} \approx 8.365 \times 10^{-5} \text{ keV} \ll T_2^*$$

同时由于 γ 光子的质量可以忽略，因此 γ 跃迁对子核反冲动能的影响可以近似等价作用在实验室系中，数值上可以忽略。因此3.64%的子核反冲动能为

$$T_2 = T_2^*$$

另外2.52%的子核通过内转换方式得到。内转换电子的动能为跃迁能级差与核外电子轨道结合能之差，根据 α 能谱，近似认为核能级差为

$$E_0 = 4.784\text{MeV} - 4.601\text{MeV} = 183\text{keV}$$

K层轨道电子结合能近似为

$$B_e(K) \approx Ry \cdot (Z - 1)^2 eV = 13.6 \times 85^2 eV = 98.26\text{keV}$$

因此电离的电子动能为

$$T_e = E_0 - B_e(K) = 84.74\text{keV}$$

根据非相对论下的动量守恒近似，质心系中，基态子核获得的反冲动能为

$$T_4 = \frac{m_e}{m_{Rn} - m_e} T_e \approx \frac{0.511}{222 \times 931.5 - 0.511} \cdot 84.74\text{keV} \approx 0.21\text{eV}$$

和 γ 跃迁类似，与 T_2^* 相差五个量级，可以忽略。综上，93.84%的绝对强度衰变得到的子核反冲能为 T_1 ，6.16%的绝对强度衰变得到的子核反冲能为 $T_2 \approx T_2^*$ ，其平均值为

$$\bar{T} = T_1 P_1 + T_2 P_2 = 85.995\text{keV}$$

(2)非相对论下根据能量守恒， α 衰变能与 α 粒子动能的关系为

$$E_0 \approx \frac{A}{A - 4} T_\alpha$$

因此本题对应的 ^{226}Ra 的两种 α 衰变能分别为

$$\begin{cases} E_{01} = \frac{226}{222} \cdot 4.784\text{MeV} = 4.870\text{MeV} \\ E_{02} = \frac{226}{222} \cdot 4.601\text{MeV} = 4.684\text{MeV} \end{cases}$$

(3)根据所持有的数据多少，最小值不同

* 如果不查阅数据，题目给出的条件有两点：子核的宇称均为正；母核与激发态子核的角动量不同时为零(因为可以通过 γ 跃迁退激)。在这两个条件下，将所有可能的情况纳入考虑，两个 α 粒子的角动量子数均可以取到0。

* 如果已知母核为 0^+ ，则答案分别为0, 2

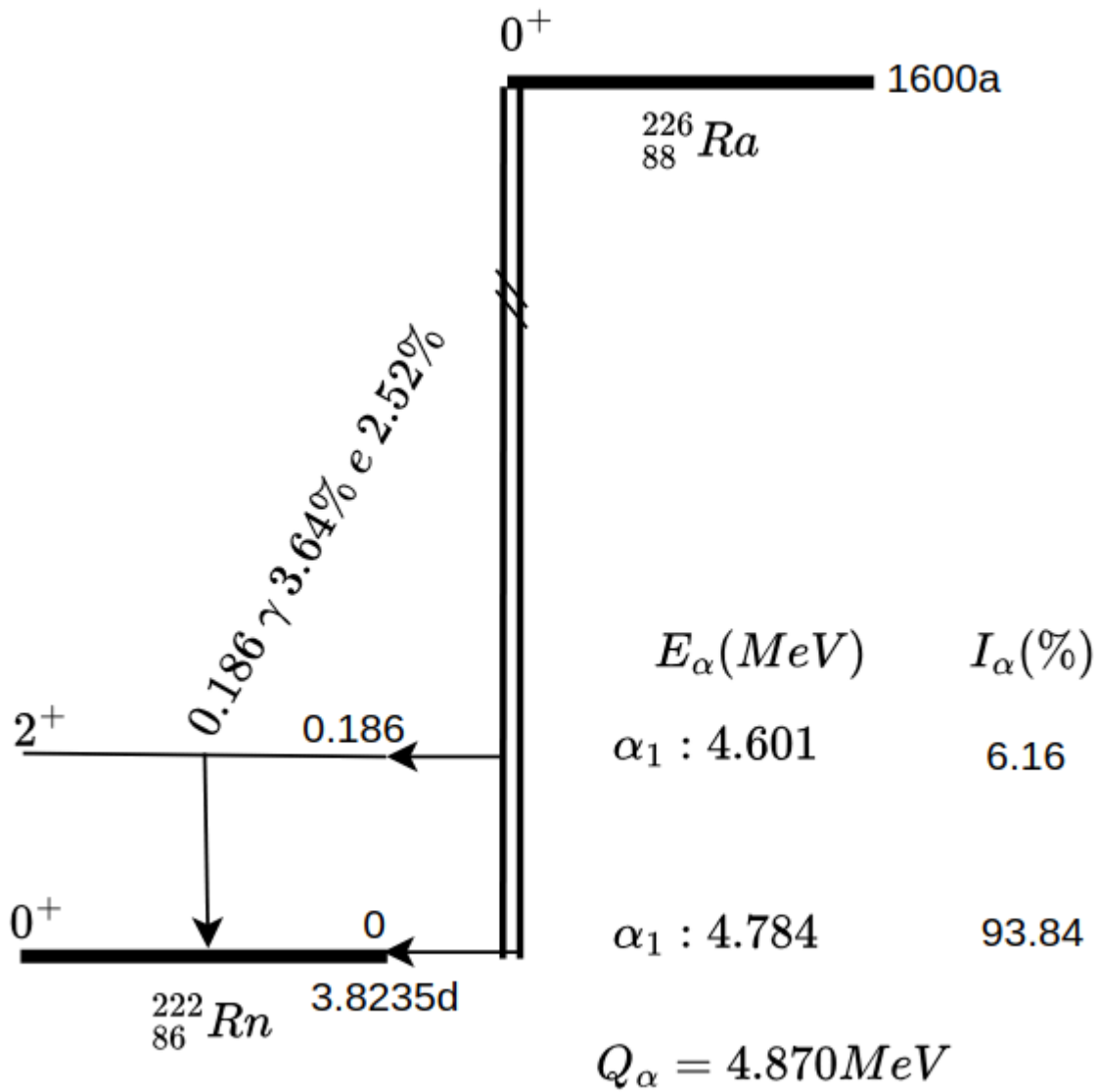
* 根据 ^{222}Rn 能级表和 ^{226}Ra 能级表的数据，已知母核为 0^+ ，基态子核和激发态子核分别为 $0^+, 2^+$ ，则答案为0, 2

(4)从 2^+ 跃迁到 0^+ ， γ 跃迁方式为E2，是2级次电辐射跃迁

(5)内转换系数是内转换对 γ 跃迁的比例，本题中为

$$\alpha = \frac{2.52}{3.64} = 0.692$$

(6)如下图



2. α 衰变能满足

$$E_0 = \Delta(Z, A) - [\Delta(Z - 2, A - 4) + \Delta(2, 4)]$$

查阅数据得到，四个核反应的基态衰变能分别为

$$\begin{cases} E_1 = 4.87\text{MeV} \\ E_2 = 5.591\text{MeV} \\ E_3 = 6.157\text{MeV} \\ E_4 = 23.893\text{MeV} \end{cases}$$

库仑势垒高度满足

$$V_c = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0} \frac{Z_1 Z_2}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}}$$

因此四个核反应的库仑势垒高度分别为

$$\begin{cases} V_1 = 27.01 MeV \\ V_2 = 26.51 MeV \\ V_3 = 26.00 MeV \\ V_4 = 71.37 MeV \end{cases}$$

由于第四个反应的库仑势垒显著高于前三者，因此它倾向于连续三次 α 衰变

我认为仅凭借势垒最高不足以说明跃迁难以发生，考虑各自衰变能水平下需要穿透的势垒厚度才是更综合的指标。但是结果不顺遂人意(可能是计算错误?): 势垒厚度的表达式为

$$b - R = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2}{E_0} - r_0(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$$

则四个反应需要穿越的势垒厚度分别为

$$\begin{cases} (b - R)_1 = 41.68 fm \\ (b - R)_2 = 34.14 fm \\ (b - R)_3 = 29.27 fm \\ (b - R)_4 = 19.73 fm \end{cases}$$

第四个反应需要穿透的势垒最薄，与期望的势垒最厚相违背

3. (1)

$$Z(^{64}Cu) = 29; Z(^{74}As) = 33; Z(^{80}Br) = 35$$

能同时发生 β^+ , β^- 衰变，要求是偶A奇Z核，且Z的值位于 β 稳定线附近，此时它在"质量过剩-Z"图像上位于较高的一条抛物线的最低点，可以向两侧发生衰变。此外，能发生 β^+ 衰变的核素一定也满足发生EC衰变的条件，因此上述限制已经饱和。

(2)将题目所求理解为 β 粒子的最大动能(不考虑静质量)。则对于 β^- 衰变，衰变能为

$$E_0(\beta^-) = \Delta(35, 80) - \Delta(36, 80) = 2.003 MeV$$

当 β 粒子取最大动能时，要求中微子不带走能量，即 β 粒子与反冲核的两体问题，根据能动量守恒，有(不考虑子核的相对论效应，考虑 β 粒子的相对论效应)

$$E_0(\beta^-) = (1 + \frac{E_{\beta^-,max}}{2m_Y c^2} + \frac{m_e}{m_Y})E_{\beta^-,max}$$

带入数据解得

$$E_{\beta^-,max} = 2.00296 MeV \approx 2.003 MeV = E_0(\beta^-)$$

由于末态三体，因此 β^- 粒子的最小动能为0

$$E_{\beta^-,min} = 0$$

同理， β^+ 粒子的动能最值为

$$E_{\beta^+,max} \approx E_0(\beta^+) = 0.848 MeV$$

$$E_{\beta^+,min} = 0$$

EC衰变需要判断出射的核外电子级次，由

$$\Delta(35, 80) - \Delta(34, 80) = 1.87 MeV$$

$$B_e(K) \approx 0.0157 MeV < 1.87 MeV$$

因此大概率俘获K层电子，衰变能

$$E_0(EC) = 1.8543 MeV$$

由于末态两体，且中微子的质量非常小，因此可以认为由中微子带走全部衰变能，即

$$E_\nu = E_0(EC) = 1.8543 MeV$$

$$p_\nu = \frac{E}{c} = 9.89 \times 10^{-22} kg \cdot m/s$$

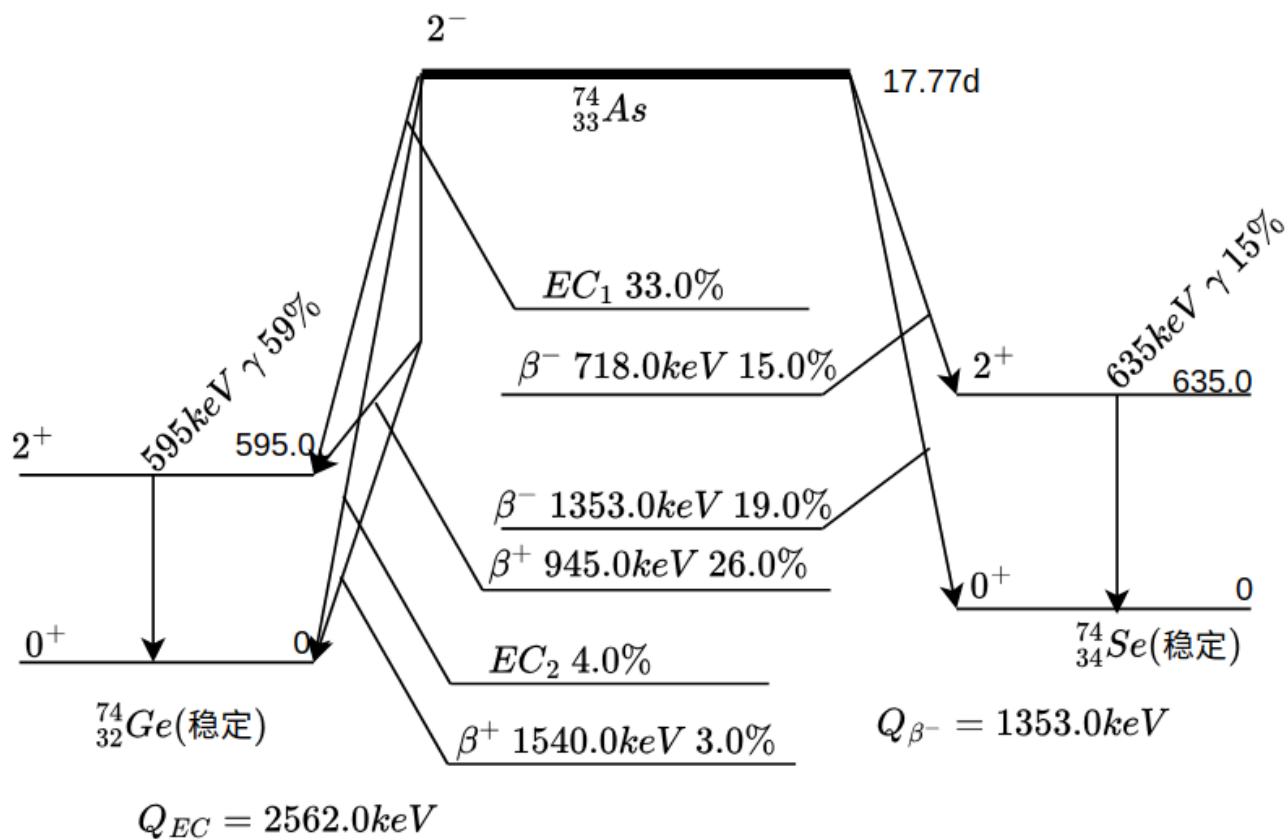
子核的反冲能

$$E_Y = \frac{p_n u^2}{2m_Y} = 23.1 eV$$

4. 首先验证各衰变方式是否抵达稳定基态核，各衰变方式的基态衰变能如下

$$\begin{cases} E_0(\beta^-) = 1353 keV \\ E_0(\beta^+) = 1540 keV \end{cases}$$

因此 β^\pm 衰变均有直接到达基态的衰变。结合[nndc网站](#)的数据，衰变纲图如下



5. (1)

$$1/2^+ \rightarrow 1/2^-$$

角动量变化量为0，宇称变化为负，是F/G-T一级禁戒跃迁

(2)

$$7/2^+ \rightarrow 3/2^+$$

角动量变化量为2，宇称变化为正，是F/G-T二级禁戒跃迁

(3)

$$0^+ \rightarrow 3^-$$

角动量变化量为3，宇称变化为负，是F三级禁戒跃迁

(4)

$$9/2^+ \rightarrow 1/2^-$$

角动量变化量为4，宇称变化为负，是G-T三级禁戒跃迁

6. (1)分别为 $11/2^-$, $3/2^+$

(2)

$$\alpha = \sum_i \alpha_i = \alpha_K \left(1 + \frac{I_L}{I_K} + \frac{I_M}{I_L} \frac{I_L}{I_K} \right) = 0.1125$$

则 $1mg^{137}Cs$ 每秒放出内转换电子数

$$N_e = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot 94.6\% \cdot \frac{10^{-3}}{137} \cdot 6.02 \cdot 10^{23} \cdot \frac{\alpha}{1 + \alpha} = 3.06 \times 10^8$$

7. 根据教材，发生双 β 衰变的条件是

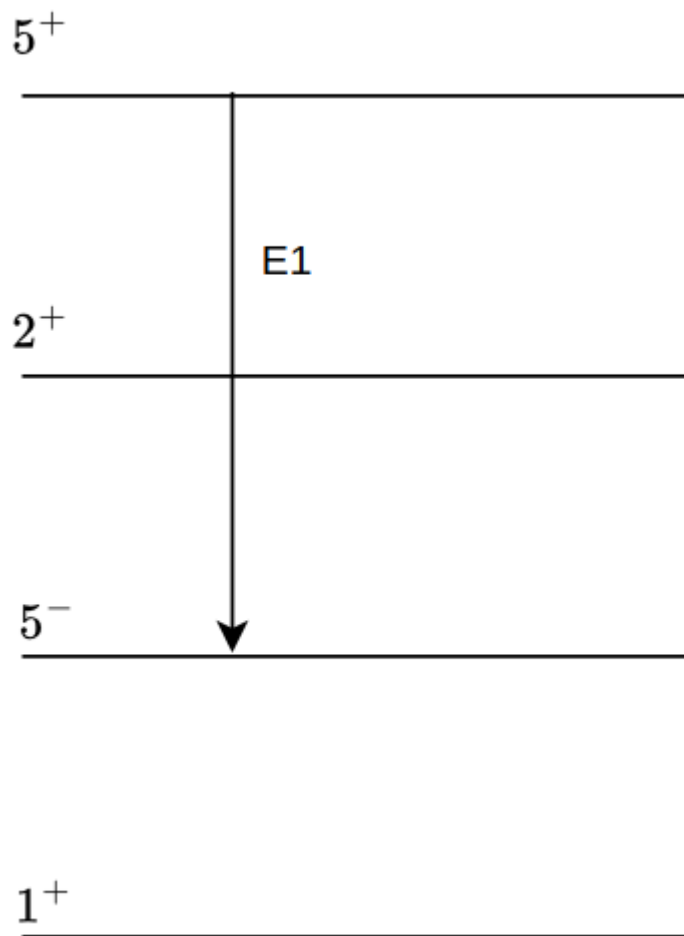
$$M(Z-1, A) > M(Z+1, A) \Leftrightarrow \Delta(Z-1, A) - \Delta(Z+1, A) > 0$$

对于 ^{76}Ge ，上式右侧的值为 $2.039MeV > 0$ ，因此可以发生双 β 衰变。如果它能发生 β^- 衰变，则它的 β^- 衰变能为

$$E_0(\beta^-) = -0.924MeV < 0$$

因此不能发生 β^- 衰变。由于子核质量远大于电子，电子的动能之和为 $2.039MeV$ 。由于母子核均为偶偶核，因此角动量之和为0

8. 如图



9.

$$E'_\gamma = h\nu - mgH = h\nu(1 - \frac{gH}{c^2})$$

$$E_\gamma - E'_\gamma = E_\gamma \frac{v}{c}$$

解得

$$v = 1.307 \times 10^{-5} m/s$$