

核辐射物理及探测学习题

司书屹 2022011090

第二章

1. 平均寿命 τ 是放射性核素的发生衰变前的平均生存时间， t 时刻衰变掉的核素的寿命为 t ，数量为 $\lambda N_0 e^{-\lambda t}$ ，积分可以得到 $\tau = \frac{1}{\lambda}$ 。因此，带入 $t = \tau$ ，即放射性核素的活度经过一个平均寿命后乘以因子 e^{-1} ，约等于36.8%

2. i. • ^{106}Ru : $T_{1/2} = 373.59\text{d}$, $\lambda = 2.147 \times 10^{-8}/\text{s}$, $\tau = 4.66 \times 10^7\text{s} = 538.98\text{d}$
• ^{90}Sr : $T_{1/2} = 28.90\text{a}$, $\lambda = 7.605 \times 10^{-10}/\text{s}$, $\tau = 1.315 \times 10^9\text{s} = 41.69\text{a}$
• ^{129}I : $T_{1/2} = 1.57 \times 10^7\text{a}$, $\lambda = 1.4 \times 10^{-15}/\text{s}$, $\tau = 7.143 \times 10^{14}\text{s} = 2.265 \times 10^7\text{a}$

ii.

- ^{106}Ru 在 $t = \frac{\ln \frac{100}{36.8}}{\lambda} = 1.5\text{a}$ 之前已经达到了排放标准
- ^{90}Sr 在 $t = \frac{\ln \frac{1.43 \times 10^5}{30}}{\lambda} = 353.14\text{a}$ 之后才能达到排放标准
- ^{129}I 在 $t = \frac{\ln \frac{27.3}{9}}{\lambda} = 2.51 \times 10^7\text{a}$ 之后才能达到排放标准

3. 对于两次连续衰变，第一次衰变母子核的活度相等对应的方程为

$$\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) = \lambda_1 e^{-\lambda_1 t}$$

根据半衰期计算衰变常数，带入解得

$$t_m = \ln \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} = 0.0874\text{a} = 31.9\text{d}$$

此时子体的数量达到最大，活度也达到最大。两核的总活度对时间导数为0，解得

$$t_{tm} = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \ln \frac{\lambda_2^2}{2\lambda_1\lambda_2 - \lambda_1^2} = 0.08\text{a} = 29.23\text{d}$$

4. 对这个题有两种不同的理解，第二种应该是正确的，分别列在下面

- 铀矿石只含有纯的铀核素。 ^{235}U 和 ^{238}U 各自有不同的衰变链，分别可以衰变到 ^{223}Rn 和 ^{222}Rn 。考虑到是自然界的铀矿石，其中 ^{235}U 的丰度是0.7204%， ^{238}U 的丰度是99.2742%。由于丰度是原子数百分比，粗略地认为铀矿石的平均原子质量为238，则两核素的原子数量分别为

$$N_{^{238}\text{U}} = 7.533 \times 10^{23}$$

$$N_{^{235}\text{U}} = 5.467 \times 10^{21}$$

根据衰变链， ^{238}U 衰变产生的 ^{222}Rn 数目随时间的变化规律满足(t 以年为单位)

$$N_{^{222}\text{Rn}}(t) = N_{^{238}\text{U}} (2.33 \times 10^{-12} e^{-1.54 \times 10^{-10}t} + 2.68 \times 10^{-29} e^{-10.5t} + 6.21 \times 10^{51} e^{-3.11 \times 10^5 t} - 3.38 \times 10^{-12} e^{-2.82 \times 10^{-6}t} + 1.05 \times 10^{-12} e^{-9.2 \times 10^{-6}t} - 3.32 \times 10^{-16} e^{-4.33 \times 10^{-4}t} - 1.69 \times 10^{-32} e^{-66.23t})$$

假设衰变时间是六个月，则

$$N_{^{222}\text{Rn}}(0.5) = 2.873 \times 10^{-4}$$

这个值非常小，相比之下， ^{223}Rn 的半衰期与上游母核的比值更小，且 ^{235}U 的核数量少两个量级，我认为相比前者可以忽略，因此估计产生的氡核以 ^{222}Rn 为主，数量为 2.873×10^{-4}

- 铀矿石中含有铀的各代衰变产物，除了氡以外形成了长期平衡。在 ^{238}U 的衰变链中，氡之前的核素均以固体形式存在，因此仍然满足长期平衡的条件，数量与母核 ^{238}U 的比例是衰变常数之比的倒数，因此 ^{222}Rn 的上一代母核 ^{226}Ra 的数量为

$$N_{^{226}Ra} = N_{^{238}U} \cdot \frac{\lambda_{238}}{\lambda_{226}} = N_{^{238}U} \cdot \frac{T_{226}}{T_{238}} = 2.682 \times 10^{17}$$

由于 ^{226}Ra 已经与上游母核建立了稳定的长期平衡，因此衰变获得 ^{222}Rn 的过程等价于人工制备放射源，产生率一定，是 ^{226}Ra 的衰变活度，即

$$P = \lambda_{226} N_{^{226}Ra}$$

^{222}Rn 的数目随时间的变化关系满足

$$N_{^{222}Rn}(t) = \frac{P}{\lambda_{222}}(1 - e^{-\lambda_{222}t}) = N_{^{226}Ra} \frac{T_{222}}{T_{226}}(1 - e^{-\lambda_{222}t}) = (1.752 \times 10^{12})(1 - e^{-0.1815t})$$

其中t的单位是d，则在180天后， ^{222}Rn 的数目为

$$N_{^{222}Rn}(t = 180d) = 1.752 \times 10^{12}$$

基本已经与上游核素实现了长期平衡(与第一种理解的讨论类似， ^{235}U 的氡产物数量过少，省略处理)

5. 对建立暂时平衡的两代连续衰变而言，放射性核素样品的总活度表达式为

$$A(t) = N_0 [\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})]$$

根据表格信息，借用python拟合得到近似解

$$N_0 = 2708.198$$

$$\lambda_1 = 0.0553/h$$

$$\lambda_2 = 0.8745/h$$

6. 制备放射源t时间后，放射源的活度为

$$A(t) = P(1 - e^{-\lambda t})$$

其中 $P = 6 \times 10^8 / s$, $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = 0.2688/h$, 则三个轰击时间后的放射性活度分别为

$$A(5.158) = 4.5 \times 10^8 Bq$$

$$A(10) = 5.592 \times 10^8 Bq$$

$$A(48) = 5.999985 \times 10^8 Bq$$

7. ^{235}U 的半衰期为 $7.04 \times 10^8 a$, ^{238}U 的半衰期为 $4.5 \times 10^9 a$, 且二者均没有上游母核，因此有方程

$$N_{^{238}U_0} e^{-\lambda_{238}t} = 138 N_{^{235}U_0} e^{-\lambda_{235}t}$$

解得

$$\frac{N_{^{238}U_0}}{N_{^{235}U_0}} = 138 e^{(\lambda_{238} - \lambda_{235})t} = 3.024$$

8. ^{14}C 的半衰期是 $5700a$, 则有方程

$$e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}t} = 82\%$$

解得

$$t = 1631.934a$$