辐射防护及保健物理

司书屹 2022011090

2025 年 5 月 29 日

第十二次作业

1. 推导探测限 L_D 的表达式

定义：$L_D = L_C + k_\beta \sigma_D = k_\alpha \sigma_0 + k_\beta \sigma_D$，设 $\alpha = \beta = 0.05$，$k_\alpha = k_\beta = 1.645$.
本底标准偏差（单道计数 $\sigma_0^2 = 2B$）：

$$\sigma_0 = \sqrt{2B}$$

计数分布标准偏差（样品计数 $C = L_D$，总计数 $N = L_D + B$）：

$$\sigma_D^2 = L_D + 2B = L_D + \sigma_0^2$$

$$\sigma_D = \sqrt{L_D + 2B}$$

探测限方程：

$$L_D = k_\alpha \sqrt{2B} + k_\alpha \sqrt{L_D + 2B}$$

令 $x = L_D$：

$$x = k_\alpha \sqrt{2B} + k_\alpha \sqrt{x + 2B}$$

解方程：

$$x - k_\alpha \sqrt{2B} = k_\alpha \sqrt{x + 2B}$$

$$(x - k_\alpha \sqrt{2B})^2 = k_\alpha^2 (x + 2B)$$

$$x = k_\alpha^2 + 2k_\alpha \sqrt{2B}$$

代入 $k_\alpha = 1.645$，$\sigma_0 = \sqrt{2B}$：

$$L_D = 2.71 + 4.65\sqrt{B}$$

答案：

$$\boxed{L_D = 2.71 + 4.65\sqrt{B}}$$

2. 净样品计数率及其标准偏差

样品计数率（5 分钟，510 计数）：

$$R_s = \frac{510}{5} = 102\,\text{counts/min}$$

本底计数率（60 分钟，2400 计数）：

$$R_b = \frac{2400}{60} = 40\,\text{counts/min}$$

净计数率：

$$R_{\text{net}} = 102 - 40 = 62\,\text{counts/min}$$

标准偏差：

$$\sigma_{R_s}^2 = \frac{510}{5^2} = 20.4, \quad \sigma_{R_s} \approx 4.52\,\text{counts/min}$$

$$\sigma_{R_b}^2 = \frac{2400}{60^2} = \frac{2}{3}, \quad \sigma_{R_b} \approx 0.8165\,\text{counts/min}$$

$$\sigma_{R_{\text{net}}} = \sqrt{20.4 + \frac{2}{3}} \approx 4.59\,\text{counts/min}$$

答案：净计数率 62 counts/min，标准偏差 4.59 counts/min.

3. 30 分钟样品计数的 L_D

本底计数（30 分钟，45 计数）：

$$B = 45$$

探测限：

$$L_D = 2.71 + 4.65\sqrt{45} \approx 2.71 + 31.19 = 33.9$$

答案：$\boxed{33.9}$.

4. ^{137}Cs 在水样中的 MDA

探测限（空白计数 169，100 分钟）：

$$L_D = 2.71 + 4.65\sqrt{169} = 2.71 + 60.45 = 63.16$$

MDA 公式：

$$\text{MDA} = \frac{L_D}{t_{\text{live}} \cdot P_\gamma \cdot \epsilon_{\text{eff}}}$$

参数：$t_{\text{live}} = 100\,\text{min}$，$P_\gamma = 0.75$，$\epsilon = 0.25$：

$$\text{MDA} = \frac{63.16}{100 \times 0.75 \times 0.25} \approx 0.056\,\text{Bq}$$

答案：$\boxed{0.056\,\text{Bq}}$.